

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ   ЗАПИСКА**

Рабочая программа составлена на основе   программы  С.А. Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения».

     Элективный курс «Замечательные неравенства» рассчитан на 68 часов

     Неравенства играют фундаментальную роль в большинстве разделов современной математики, без них не может обойтись ни физика, ни математическая статистика, ни экономика. Предлагаемый курс освещает намеченные, но совершенно не проработанные в общем курсе школьной математики  вопросы, начиная от доказательства простейших числовых неравенств, до обоснования «замечательных» неравенств Коши-Буняковского, Чебышева и Иенсона. Навыки в использовании этих неравенств необходимы всякому ученику, желающему хорошо подготовиться к решению задач самого высокого уровня.

**Цель курса**: изучение избранных классов неравенств с переменными и научное обоснование методов их получения, а также практическое применение изученного теоретического материала.

**Задачи курса**:

     - рассмотреть примеры на установление истинности числовых неравенств и основные          методы  решения данных задач;

     - рассмотреть частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение;

     - рассмотреть метод математической индукции и его применение к доказательству  неравенств;

     - познакомить учащихся с неравенством Коши для произвольного числа переменных;

     - доказать неравенство Коши-Буняковского и показать его применение для решения задач;

     - познакомить учащихся с неравенством Чебышева и некоторыми его обобщениями;

     - дать представление о математике как общекультурной ценности на примерах применения неравенств в математической статистике, экономике, для решения некоторых классов задач оптимизационного характера без применения средств дифференциального исчисления.

     Данный элективный курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, использует целый ряд межпредметных связей.

**СОДЕРЖАНИЕ ПРГРАММЫ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА**

**1. Числовые неравенства и их свойства**

     Понятие положительного и отрицательного числа, число нуль. Основные законы сложения и умножения действительных чисел. Свойства суммы и произведения положительных чисел. Понятие «больше» для действительных чисел, его геометрическая интерпретация и  свойства. Понятия «меньше», « не больше», «не меньше» для действительных чисел и их свойства. Числовые неравенства.

**2. Основные методы установления истинности числовых неравенств с переменными.**

     Сравнение двух чисел – значений числовых выражений « по определению», путем сравнения их отношения с единицей, путем сравнения их степеней, путем сравнения их с промежуточными числами ( числом), метод введения вспомогательной функции, метод использования «замечательных» неравенств.

**3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с** **переменными.**

     Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение. Неравенство-следствие. Равносильные неравенства. Равносильные задачи на доказательство или опровержение неравенств. Методы установление истинности неравенств с переменными: метод «от противного», метод анализа, метод усиления и ослабления, метод подстановки, метод использования тождеств, метод введения вспомогательных функций, метод понижения степеней выражений, образующих левую и правую части неравенств.

   **4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.**

    Индукция вообще и в математике в частности. Система аксиом  Дж. Пеано. Схема применения принципа математической индукции. Некоторые модификации метода математической индукции. Две теоремы о сравнении соответствующих членов двух последовательностей с помощью сравнения  разности или отношения двух соседних членов одной последовательности с разностью  или отношением двух членов другой последовательности. Примеры. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Некоторые неравенства, эквивалентные неравенству Коши.

**5. Неравенство Коши-Буняковского и его применение для решения задач.**

     Формулировка и обоснование теоремы, устанавливающей соотношение Коши-Буняковского  и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства. Геометрическая интерпретация неравенства Коши-Буняковского.  Векторный  вариант записи этого неравенства.

**6. Неравенства подсказывают методы их обоснования.**

     Метод Штурма. Использование симметричности, однородности цикличности левой и правой частей неравенств. Геометрические неравенства, устанавливающие соотношения между длинами сторон треугольника.

   **7. Средние степенные величины.**

     Средние величины в школьном курсе математики, физики. Многообразие «средних» .Среднее арифметическое, среднее геометрическое и соотношение между ними в случае двух параметров. Геометрическая интерпретация. Четыре средние линии трапеции.

**8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.**

     Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием одномонотонной  последовательности. Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши-Буняковского.

**9. Генераторы замечательных неравенств.**

     Свойства квадратичной функции – источник простейших неравенств. Неравенство треугольника. Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств. Неравенство Иенсона.

**10. Применение неравенств.**

     Задача Дидоны ( упрощенный вариант) и другие задачи на оптимизацию. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.

**ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ**

     В результате изучения курса учащиеся должны

     - иметь ясное представление о положительных, отрицательных числах и о числе нуль, а также свойствах, связанных с операциями арифметического сложения и умножения действительных чисел;

     - знать и уметь использовать понятия «не больше» и « не меньше» для действительных чисел, применять такие свойства ряда элементарных функций, как возрастание и убывание, свойства числовых неравенств;

     - уметь применять переходы к сравнению дополнений до единицы и к сравнению расстояний до ближайшего целого числа, а также переход к алгебраическим выражениям;

     - знать и уметь использовать для сравнения значений числовых выражений свойство монотонности  степенной функции;

     - знать неравенство Коши и уметь применять его для решения задач;

     - владеть понятиями неравенство с переменными, решение неравенства, неравенство-следствие, система неравенств, совокупность неравенств, выполнять геометрическую интерпретацию понятий;

     - применять такие методы установления истинности неравенств, как метод синтеза и метод анализа, метод «от противного» и метод использования тождеств;

     - уметь доказывать неравенство Коши для трех и четырех переменных, применять неравенство Коши для обоснования неравенств с переменными;

     - знать метод перебора всех вариантов и уметь применять его при доказательстве неравенств с переменными;

     - иметь представление о системе аксиом Пеано; наизусть знать аксиому математической индукции;

     - иметь представление о нескольких вариантах метода математической индукции и уметь их использовать при решении задач;

     - знать и уметь доказывать неравенство Коши-Буняковского двумя способами (методом вспомогательной функции и с помощью тождества Лагранжа); уметь применять неравенство при решении задач;

     - иметь ясное представление о методе Штурма доказательства неравенств с переменными;

     - знать определение симметрической функции и симметрического неравенства; уметь использовать для доказательства неравенства его симметричность;

     - знать общее определение средней величины произвольного конечного числа действительных чисел; иметь представление о применении в физике средних величин;

     - знать и уметь использовать среднее арифметическое взвешенное при решении задач;

     - знать и уметь доказывать теорему о соотношении между четырьмя средними в случае двух переменных;

     -знать неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения, уметь применять в решении задач;

     - знать и уметь использовать основные свойства линейной и квадратичной функций для обоснования и получения неравенств с переменными;

     - знать неравенство треугольника и теорему косинусов и уметь использовать их для обоснования и получения неравенств.

|  |  |
| --- | --- |
|  . Сведения о программе (примерной или авторской), на основании которой разработана рабочая программа, с указанием наименования, если есть – авторов и места, года издания | Рабочая программа по элективному курсу «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» составлена на основе методического пособия к элективному курсу С.А. Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» - М.: Дрофа, 2007. |
| 2. Информация об используемом учебнике | «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения»10 – 11 кл.: учебное пособие / С.А. Гомонов. – 2-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2006. |
| 3. Информация о количестве учебных часов, на которое рассчитана рабочая программа (в соответствии с учебным планом, годовым календарным учебным графиком), в том числе о количестве обязательных часов для проведения контрольных, лабораторных, практических работ | Рабочая программа рассчитана на 34 учебные недели, \_\_68\_\_ часа в годИх них контрольных работ\_\_1\_\_ часов             лабораторных работ \_\_0\_\_ часов             практических работ \_\_0\_\_ часов |
| 4. Информация об используемых технологиях обучения, формах уроков и т. п., а также о возможной внеурочной деятельности по предмету | Предлагаемые формы организации учебных занятий: лекционно-семинарская, работа в малых группах, самостоятельная работа с различными источниками, занятия с использованием поисковых и исследовательских методов.Используется технология критического мышления. |
| 5. Планируемый результат на конец учебного года(в соответствии с требованиями, установленными федеральными государственными образовательными стандартами, образовательной программой образовательного учреждения, а также требованиями ОГЭ и ЕГЭ).         | **Знать:*** определение числового неравенства и его свойства;
* определение средних величин и их свойства.

**Уметь:*** правильно употреблять математическую терминологию;
* работать с литературными источниками, находить и использовать информацию в бумажных и электронных изданиях;
* исследовать функцию на выпуклость, вогнутость;
* находить наибольшее и наименьшее значения функции с помощью замечательных неравенств;
* применять неравенства при решении статистических и оптимизационных задач.
 |

**2. Содержание программы по элективному курсу «Замечательные неравенства:**

**способы получения и примеры применения»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Название темы (раздела) | Необходимое количество часов для ее изучения | Содержание учебного материала | Планируемый результат |
| Замечательные неравенства и их свойства | 40 | Числовые неравенства и их свойства. Основные методы установления истинности числовых неравенств. Основные методы установления истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Неравенство Коши – Буняковского и его применение к решению задач. | Знать: определение числового неравенства и его свойства; определение средних величин и их свойства.Уметь: правильно употреблять математическую терминологию; работать с литературными источниками, находить и использовать информацию в бумажных и электронных изданиях. |
| Средние величины и соотношения между ними | 28 | Средние степенные величины. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения. Генераторы замечательных неравенств. Применение неравенств. | Уметь: исследовать функцию на выпуклость, вогнутость; находить наибольшее и наименьшее значения функции с помощью замечательных неравенств; применять неравенства при решении статистических и оптимизационных задач. |

**3. Календарно-тематическое планирование**

Класс \_\_\_\_\_\_11\_\_\_\_\_\_\_

Количество часов   в год   \_\_\_68\_\_ ;                          в неделю \_2\_\_ .

Учебник «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения»10 – 11 кл.: учебное пособие / С.А. Гомонов. – 2-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2006.

Программа составлена на основе методического пособия к элективному курсу С.А. Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» - М.: Дрофа, 2007.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Дата проведения** | **Тема (кол-во часов)****Тема урока** | **Планируемый результат (поурочно)** |
| **Часть I. Замечательные неравенства (26 часов)** |
| **Глава I Замечательные неравенства** |
| 1 | 6.09 | Некоторые понятия и свойства, считающиеся известными. Понятия «больше» и «меньше» для действительных чисел. Простейшие свойства | Знать определение числовых неравенств и их свойства. |
| 2 | 7.09 | Простейшие свойства числовых неравенств. Методы установления истинности числовых неравенств | Знать простейшие свойства числовых неравенств |
| 3 | 13.09 | Основные методы установления истинности неравенств с переменными | Знать методы установления истинности числовых неравенств. |
| **Глава II. Основные методы установления истинности числовых неравенств, или как узнать, «что больше?»** |
| 4 | 14.09 | Сравнение двух действительных чисел, заданных как значения числовых выражений «по определению» | Уметь решать задачи на сравнение двух действительных чисел, заданных как значения числовых выражений «по определению» |
| 5 | 20.09 | Решение задач на сравнение двух действительных чисел, заданных как значения числовых выражений «по определению» | Уметь решать задачи на сравнение двух действительных чисел, заданных как значения числовых выражений «по определению» |
| 6 | 21.09 | Сравнение двух положительных действительных чисел путём сравнения с единицей их отношения | Уметь решать задачи на сравнение двух положительных действительных чисел путём сравнения с единицей их отношения |
| 7 | 27.09 | Решение задач на сравнение двух положительных действительных чисел путём сравнения с единицей их отношения | Уметь решать задачи на сравнение двух положительных действительных чисел путём сравнения с единицей их отношения |
| 8 | 28.09 | Сравнение двух действительных чисел с помощью сравнения их степеней | Уметь решать задачи на сравнение двух действительных чисел с помощью сравнения их степеней |
| 9 | 4.10 | Решение задач на сравнение двух действительных чисел с помощью сравнения их степеней | Уметь решать задачи на сравнение двух действительных чисел с помощью сравнения их степеней |
| 10 | 5.10 | Метод сравнения двух чисел с помощью нахождения «промежуточного» для них числа (метод оценок «сверху» и «снизу») | Знать метод сравнения двух чисел с помощью нахождения «промежуточного» для них числа (метод оценок «сверху» и «снизу») |
| 11 | 11.10 | Решение задач по методу сравнения двух чисел с помощью нахождения «промежуточного» для них числа (метод оценок «сверху» и «снизу») | Уметь решать задачи по методу сравнения двух чисел с помощью нахождения «промежуточного» для них числа (метод оценок «сверху» и «снизу») |
| 12 | 12.10 | Метод вспомогательной функции и использования её свойства | Знать метод вспомогательной функции и использования её свойства |
| 13 | 18.10 | Решение задач методом вспомогательной функции и использования её свойства | Уметь решать задачи методом вспомогательной функции и использования её свойства |
| 14 | 19.10 | Метод применения замечательных неравенств | Знать метод применения замечательных неравенств |
| 15 | 25.10 | Решение задач по теме: «Метод применения замечательных неравенств» | Уметь решать задачи с применением метода замечательных неравенств |
| 16 | 26.10 | Задачи, иллюстрирующие различные методы сравнения | Уметь решать задачи с использованием различных методов сравнения чисел |
| **Глава III. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение** |
| 17 | 8.11 | Понятие неравенства с переменными, сопутствующие ему понятия, его решения |  |
| 18 | 9.11 | Неравенство – следствие. Равносильные неравенства. Опровержимые неравенства |  |
| **Решение задач на установление истинности неравенств с переменными** |
| 19 | 15.11 | Метод анализа при решении задач на установление истинности неравенств с переменными | Уметь решать задачи на на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши |
| 20 | 16.11 | Метод синтеза при решении задач на установление истинности неравенств с переменными | Уметь решать задачи на на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши |
| 21 | 22.11 | Метод от противного при решении задач на установление истинности неравенств с переменными | Уметь решать задачи на на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши |
| 22 | 23.11 | Метод использования тождеств при решении задач на установление истинности неравенств с переменными | Уметь решать задачи на на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши |
| 23 | 29.11 | Метод оценивания при решении задач на установление истинности неравенств с переменными | Уметь решать задачи на на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши |
| 24 | 30.11 | Метод введения новых переменных или метод подстановки при решении задач на установление истинности неравенств с переменными | Уметь решать задачи на на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши |
| 25  | 6.12 | Метод введения вспомогательных функций с целью использования их свойств | Уметь решать задачи на на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши |
| 26 | 7.12 | «Школьный» вариант неравенства Коши | Уметь решать задачи на на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши |
| 27 | 13.12 | Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применения | Уметь решать задачи на на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши |
| **Глава IV. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных** |
| 28 | 14.12 | Метод перебора всех вариантов(«полная индукция») и метод математической индукции | Уметь решать задачи с применением метода математической индукции |
| 29 | 20.12 | Схема применения принципа (аксиомы) математической индукции | Уметь решать задачи с применением метода математической индукции |
| 30 | 21.12 | Схема применения принципа (аксиомы) математической индукции. Решение задач | Уметь решать задачи с применением метода математической индукции |
| 31 | 27.12 | Неравенство Коши для произвольного числа переменных | Уметь решать задачи с применением метода математической индукции |
| 32 | 28.12 | Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Решение задач | Уметь решать задачи с применением метода математической индукции |
| **Глава V. Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач** |
| 33 | 10.01 | Неравенство Коши-Буняковского и условия его реализации в варианте равенства | Уметь решать задачи с применением Неравенство Коши-Буняковского |
| 34 | 11.01 | Неравенство Коши-Буняковского и условия его реализации в варианте равенства. Решение задач | Уметь решать задачи с применением неравенства Коши-Буняковского |
| 35 | 17.01 | Векторный вариант записи неравенства Коши-Буняковского и тригонометрическая подстановка | Уметь решать задачи с применением неравенства Коши-Буняковского |
| 36 | 18.01 | Векторный вариант записи неравенства Коши-Буняковского и тригонометрическая подстановка. Решение задач | Уметь решать задачи с применением неравенства Коши-Буняковского |
| **Глава VI. Неравенства подсказывают методы их обоснования** |
| 37 | 24.01 | Приближение к экстремуму выравниванием значений переменных (метод Штурма) | Уметь решать задачи с применением соотношений между длинами сторон треугольника |
| 38 | 25.01 | Приближение к экстремуму выравниванием значений переменных (метод Штурма). Решение задач | Уметь решать задачи с применением соотношений между длинами сторон треугольника |
| 39 | 31.01 | Геометрические неравенства, устанавливаемые с применением соотношений между длинами сторон треугольника | Уметь решать задачи с применением соотношений между длинами сторон треугольника |
| 40 | 1.02 | Геометрические неравенства, устанавливаемые с применением соотношений между длинами сторон треугольника. Решение задач | Геометрические неравенства, устанавливаемые с применением соотношений между длинами сторон треугольника |
| **Часть II. Средние величины и соотношения между ними - 28час** |
| **Глава VII. Средние степенные величины: свойства, происхождение и применение** |
| 41 | 7.02 | Среднее арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух параметров и большего числа параметров | Уметь находить среднее арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух параметров. |
| 42 | 8.02 | Среднее арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух параметров и большего числа параметров. Решение задач | Уметь находить среднее арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух параметров. |
| 43 | 14.02 | Среднее арифметическое взвешенное и его свойства | Уметь решать задачи на средние величины и соотношения между ними |
| 44 | 15.02 | Среднее арифметическое взвешенное и его свойства. Решение задач | Уметь решать задачи на средние величины и соотношения между ними |
| 45 | 21.02 | Средние степенные и средние взвешенные степенные | Уметь решать задачи на средние величины и соотношения между ними |
| 46 | 22.02 | Средние степенные и средние взвешенные степенные | Уметь решать задачи на средние величины и соотношения между ними |
| **Глава VIII. Неравенство Чебышёва и некоторые его обобщения** |
| 47 | 28.02 | Неравенство Чебышёва и некоторые его обобщения | Знать неравенство Чебышева |
| 48 | 29.02 | Неравенство Чебышёва и некоторые его обобщения. Решение задач | Знать неравенство Чебышева |
| 49 | 6.03 | Обобщающие неравенства | Иметь представление об обобщающих неравенствах. |
| **Глава IХ. Генераторы замечательных неравенств** |
| 50 | 7.03 | Свойства квадратичной функции – источник простейших неравенств | Уметь решать задачи, генерируя самые разнообразные истинные неравенства с переменными |
| 51 | 13.03 | Свойства квадратичной функции – источник простейших неравенств. Решение задач | Уметь решать задачи ,генерируя самые разнообразные истинные неравенства с переменными |
| 52 | 14.03 | Неравенство Иенсона | Уметь решать задачи, генерируя самые разнообразные истинные неравенства с переменными |
| 53 | 20.03 | Исследование функции на выпуклость и вогнутость |  |
| 54 | 21.03 | Исследование функции на выпуклость и вогнутость. Решение задач | Уметь исследовать функции на выпуклость и вогнутость. |
| 55 | 3.04 | Неравенства Коши-Гельдера и Минковского | Знать неравенства Коши-Гельдера и Минковского. |
| 56 | 4.04 | Неравенства Коши-Гельдера и Минковского. Решение задач | Знать неравенства Коши-Гельдера и Минковского |
| **Глава Х. Применение неравенств** |
| 57 | 10.04 | Неравенства в финансовой математике | Уметь решать финансовые задачи с применением некоторых неравенств |
| 58 | 11.04 | Неравенства в финансовой математике. Решение задач  | Уметь решать финансовые задачи с применением некоторых неравенств |
| 59 | 17.04 | Неравенства в финансовой математике. Решение задач на вклады | Уметь решать финансовые задачи с применением некоторых неравенств |
| 60 | 18.04 | Задача Дидона и другие школьные задачи на оптимизацию | Уметь решать задачи на оптимизацию |
| 61 | 24.04 | Решение задач на оптимизацию | Уметь решать задачи на оптимизацию |
| 62 | 25.04 | Неравенства в математической статистике и экономике. Задачи на оптимизацию. Решение задач | Уметь решать задачи на оптимизацию |
| 63 | 2.05 | Поиск наибольших и наименьших значений функций с помощью замечательных неравенств | Уметь находить наибольшие и наименьшие значения функций. |
| 64 | 8.05 | Поиск наибольших и наименьших значений функций. Решение задач | Уметь находить наибольшие и наименьшие значения функций |
| 65 | 15.05 | Поиск наибольших и наименьших значений функций. Решение задач | Уметь находить наибольшие и наименьшие значения функций. |
| 66 | 16.05 | Поиск наибольших и наименьших значений функций. Решение задач | Уметь находить наибольшие и наименьшие значения функций |
| 67 | 22.05 | Итоговый контроль |  |
| 68 | 23.05 | Заключительный урок по курсу |  |

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

1. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. 10-11 классы. Элективные курсы. Учебное пособие для профильных классов общеобразовательных учреждений.- М.: Дрофа, 2005
2. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. 10-11 классы. Методические рекомендации.- М.: Дрофа, 2005

Элективные курсы в профильном обучении под редакцией А.Г.Каспржака. Образовательная область «Математика». Министерство образования РФ.- Национальный фонд подготовки кадров.- М.:Вита-Пресс, 2004